

Activité 4 — Dater une roche, soigner un patient

► Introduction

Deux objets sans lien apparent : un cristal australien de 0,2 mm et une image du squelette entier d'un patient, obtenue en trois heures. Le premier date de 4,4 milliards d'années, la seconde a été prise ce matin. Pourtant, tous deux reposent sur la **même** propriété : la décroissance radioactive, dont l'activité précédente a montré qu'elle suit une loi régulière et caractéristique de chaque noyau.

Problématique : Comment un noyau radioactif peut-il servir d'**horloge** et d'outil **médical** ?

✓ Savoirs et savoir-faire

Savoirs	Savoir-faire / capacités
La demi-vie est caractéristique du noyau radioactif considéré (réinvestissement).	(i) Utiliser une décroissance radioactive pour effectuer une datation, en identifiant les hypothèses du modèle utilisé. (ii) Expliquer l'utilisation des noyaux radioactifs en contexte médical. (iii) Citer quelques précautions liées à l'utilisation de substances radioactives et les relier au principe d'optimisation. (iv) Calculer le nombre de noyaux restants après n demi-vies (réinvestissement).

Dater un cristal : les zircons de Jack Hills

Document 1 — Les zircons de Jack Hills (Australie-Occidentale)

Les **zircons** sont de minuscules cristaux (de 0,1 à 0,4 mm), emprisonnés dans des roches plus récentes. Ceux extraits de la formation de Jack Hills, en Australie-Occidentale, comptent parmi les **plus anciens matériaux terrestres connus** : le plus ancien d'entre eux a été daté à 4,404 milliards d'années, alors que la Terre s'est formée il y a 4,57 milliards d'années. Tous les grains de cette formation ne sont pas aussi anciens : celui étudié ici a cristallisé il y a environ 3,3 milliards d'années.

Pour dater un zircon, on exploite la désintégration de l'uranium 238 : chaque noyau de $^{238}_{92}\text{U}$ qui se désintègre finit par donner un noyau de **plomb 206 stable**, $^{206}_{82}\text{Pb}$, qui reste **piégé** dans le cristal.

La datation repose sur **deux hypothèses** :

- **H1** — Lors de sa cristallisation, le zircon incorpore l'uranium mais **rejette le plomb** : il ne contenait donc **aucun plomb** initialement ;
- **H2** — Le zircon est un minéral exceptionnellement résistant : depuis sa cristallisation, il n'a **ni perdu ni gagné** d'uranium ou de plomb. On dit qu'il s'est comporté comme un **système fermé**.

Sur ce grain, on compte **environ 67 atomes de plomb 206 pour 100 atomes d'uranium 238** encore présents (valeur arrondie pour simplifier les calculs).

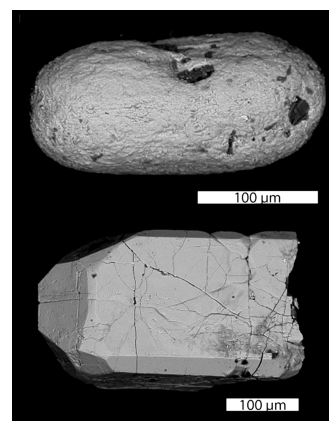


FIGURE 1 – Grain de zircon de Jack Hills (longueur de l'ordre de 0,2 mm).

Source : University of Wisconsin-Madison (J. W. Valley) / NASA Earth Observatory — licence à vérifier.

Contexte : S. A. Wilde *et al.*, *Nature* **409**, 175–178 (2001) — le plus ancien grain de Jack Hills, daté à 4,404 milliards d'années.

📎 Remarque

Les analyses réelles sont effectuées à la **sonde ionique** et fournissent des rapports isotopiques avec bien plus de chiffres significatifs. La valeur « 67 pour 100 » utilisée ici est un **arrondi**, choisi pour simplifier les calculs en classe. Elle ne correspond pas à un relevé instrumental précis.

La décroissance de l'uranium 238

Document 2 — Décroissance de l'uranium 238

La courbe ci-dessous donne l'évolution du nombre de noyaux d'uranium 238 encore présents dans un cristal, exprimé en pourcentage du nombre initial, en fonction du temps écoulé depuis la cristallisation.

Activité 4 — Dater une roche, soigner un patient

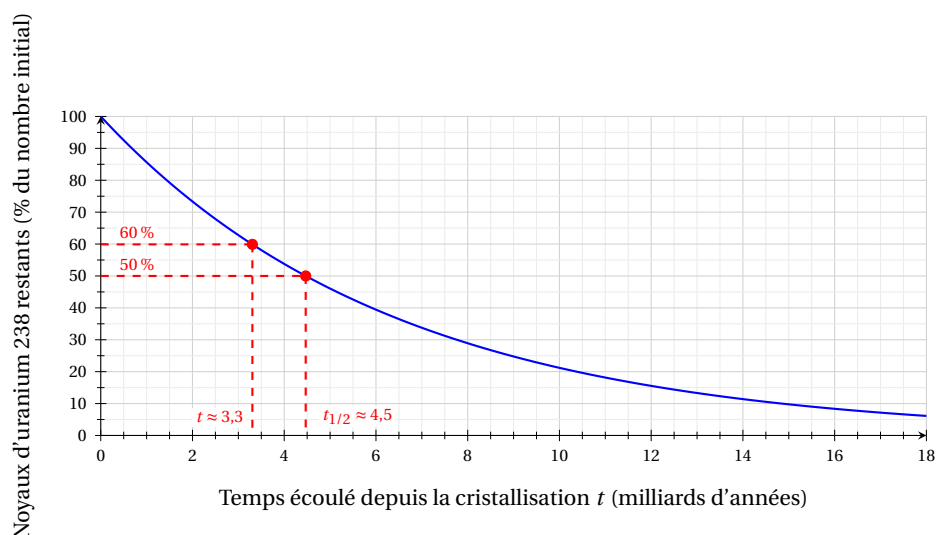


FIGURE 2 – Décroissance du nombre de noyaux d'uranium 238 restants en fonction du temps écoulé depuis la cristallisation.
Construction (correction) : horizontale à 50 % → $t_{1/2} \approx 4,5$ milliards d'années; horizontale à 60 % → $t \approx 3,3$ milliards d'années (temps lus en milliards d'années).

Remarque

La méthode réelle de datation **uranium-plomb** utilise également le couple **uranium 235 / plomb 207**. En comparant les âges obtenus avec les deux couples, les géologues **vérifient l'hypothèse H2 du système fermé** : si le cristal avait perdu du plomb, les deux âges ne concorderaient pas.

Soigner un patient : la scintigraphie au technétium 99m

Document 3 — La scintigraphie au technétium 99m

Le **technétium 99m**, noté $^{99m}_{43}\text{Tc}$, est le **radionucléide le plus utilisé en imagerie médicale**. C'est un **émetteur gamma** : lors de sa désintégration, il produit un rayonnement gamma d'énergie 140 keV, qui **traverse les tissus** et peut être détecté **à l'extérieur** du corps.

Sa **demi-vie** est courte : $t_{1/2} = 6,0$ heures. Il est obtenu sur place, à l'hôpital, à partir d'un **générateur au molybdène 99**.

Pour une **scintigraphie osseuse**, on injecte au patient une activité typique de 600 MBq. Les images sont acquises **2 à 3 heures** après l'injection, ce qui permet de visualiser l'ensemble du squelette grâce à la fixation du traceur sur les os.

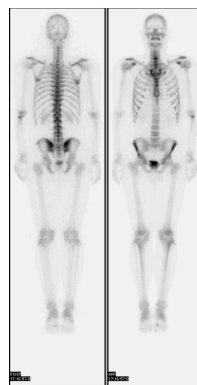


FIGURE 3 – Scintigraphie osseuse au technétium 99m : le squelette entier est visible quelques heures après l'injection.

Source : Wikimedia Commons / service hospitalier universitaire — licence à vérifier.

Données : AIEA / OCDE-AEN, SFMN.

Se protéger des rayonnements ionisants

Document 4 — Les principes de la radioprotection

La radioprotection regroupe l'ensemble des mesures destinées à protéger les personnes des rayonnements ionisants. Le système international de radioprotection repose sur **trois principes** et se traduit par **trois moyens pratiques**.

Les trois principes	Les trois moyens pratiques
Justification : toute exposition doit être justifiée par un bénéfice qui l'emporte sur le risque.	Temps : réduire la durée d'exposition.
Optimisation (ALARA) — <i>As Low As Reasonably Achievable</i> : maintenir l'exposition aussi basse que raisonnablement possible .	Distance : s' éloigner de la source.
Limitation : respecter les limites réglementaires de dose.	Écran : placer un écran (plomb, béton) entre la source et la personne.

Activité 4 — Dater une roche, soigner un patient

Conseils au patient après un examen de médecine nucléaire : boire beaucoup et uriner fréquemment pour accélérer l'élimination du traceur; éviter les contacts rapprochés et prolongés avec de jeunes enfants et des femmes enceintes pendant quelques heures.

Source : ASNR (ex-ASN/IRSN), fiche d'information du public « Les principes de la radioprotection ».

Questions

- La datation de ce cristal repose sur **deux hypothèses**, toutes deux énoncées dans le Document 1.
 - Laquelle concerne le **plomb présent au moment de la cristallisation** ?
 - Laquelle concerne les échanges possibles **entrée ou sortie** du cristal **depuis sa formation** ?
 - Choisissez **l'une** de ces deux hypothèses et expliquez pourquoi l'âge calculé serait **erroné** si elle n'était pas vérifiée.

✓ Correction

(a) L'hypothèse **H1** : le zircon incorpore l'uranium mais rejette le plomb lors de sa cristallisation, si bien qu'il ne contenait **aucun plomb** au départ.

(b) L'hypothèse **H2** : le zircon s'est comporté comme un **système fermé**, sans avoir perdu ni gagné d'uranium ou de plomb depuis sa cristallisation.

(c) Exemples de réponse.

Si H1 n'était pas vérifiée : une partie du plomb 206 mesuré aujourd'hui aurait été présente dès la cristallisation, sans provenir d'une désintégration. On attribuerait donc à la désintégration **plus de plomb qu'elle n'en a réellement produit** : le cristal semblerait avoir vécu **plus de demi-vies** qu'en réalité, et l'âge calculé serait **surestimé**.

Si H2 n'était pas vérifiée : le rapport plomb/uranium mesuré ne traduirait plus seulement la désintégration. Une **perte de plomb** (ou un gain d'uranium) ferait paraître le cristal **plus jeune** qu'il ne l'est; une **perte d'uranium** (ou un gain de plomb) le ferait paraître **plus vieux**.

- Le comptage donne 67 atomes de plomb 206 pour 100 atomes d'uranium 238.
 - Déduisez-en le nombre N_0 de noyaux d'uranium 238 présents lors de la cristallisation (pour 100 noyaux restants aujourd'hui), puis calculez le **pourcentage** de noyaux d'uranium 238 restants.
 - Expliquez pourquoi la mesure du **seul uranium 238 restant** n'aurait pas permis de dater le cristal.

✓ Correction

(a) Chaque noyau de plomb 206 provient de la désintégration d'**un** noyau d'uranium 238 : les 67 noyaux de plomb correspondent donc à 67 noyaux d'uranium déjà désintégrés. Pour 100 noyaux d'uranium restants aujourd'hui :

$$N_0 = 100 + 67 = 167 \text{ noyaux}$$

Le pourcentage de noyaux d'uranium 238 encore présents vaut donc :

$$\frac{N}{N_0} = \frac{100}{167} = 0,599 = 59,9\% \approx 60\%$$

(b) La mesure du seul uranium 238 restant donne le nombre N de noyaux actuels, mais pas le nombre N_0 de noyaux présents à la cristallisation : cette valeur initiale n'est **pas connue** (rien ne la fixe dans le cristal). Or c'est bien le rapport N/N_0 qui renseigne sur le nombre de demi-vies écoulées. C'est le **plomb 206 accumulé** qui joue ce rôle : il indique combien de noyaux d'uranium se sont désintégrés, donc permet de remonter à N_0 .

Activité 4 — Dater une roche, soigner un patient

3. À l'aide de la courbe du Document 2 :

- (a) Déterminez **graphiquement** la **demi-vie** $t_{1/2}$ de l'uranium 238, c'est-à-dire le temps au bout duquel il ne reste plus que 50 % des noyaux initiaux.
- (b) À l'aide du **pourcentage** de noyaux d'uranium 238 restants calculé à la question 2.(a), déduisez-en **graphiquement** l'âge du cristal, comparez-le à l'âge publié pour ce grain (3,31 milliards d'années) et commentez la **précision** de cette lecture.

✓ Correction

(a) On trace l'horizontale d'ordonnée 50 %, puis la verticale passant par son point d'intersection avec la courbe (construction portée en rouge sur la figure du Document 2) : on lit $t_{1/2} \approx 4,5$ milliards d'années (la valeur tabulée est 4,468 milliards d'années).

(b) D'après la question 2.(a), il reste 59,9 % des noyaux d'uranium 238, soit environ 60 % : **plus de la moitié** du stock initial subsiste, donc **moins d'une demi-vie** s'est écoulée depuis la cristallisation. On lit l'abscisse du point de la courbe d'ordonnée 60 %, puis la verticale correspondante (construction portée en rouge sur la figure du Document 2) : on obtient $t \approx 3,3$ milliards d'années.

Cette valeur est en très bon accord avec l'âge publié pour ce grain, 3,31 milliards d'années. En revanche, la **lecture graphique** ne permet pas une précision de cet ordre : la grille n'est graduée que tous les 0,5 milliard d'années et l'épaisseur du trait empêche de lire mieux que quelques dixièmes de milliard d'années. L'âge publié (obtenu par spectrométrie de masse) est donné à quelques millions d'années près : la courbe confirme l'ordre de grandeur, elle ne peut pas vérifier les décimales.

Remarque

Rappel (activité 3). Après n demi-vies écoulées, le nombre de noyaux radioactifs restants vaut

$$N = \frac{N_0}{2^n}, \quad \text{avec} \quad n = \frac{t}{t_{1/2}}.$$

4. Une activité de 600 MBq de technétium 99m est injectée à un patient à 8 h. Déterminez la **fraction** de noyaux encore présents 24 h plus tard. Comme l'activité est proportionnelle au nombre de noyaux, déduisez-en l'**activité restante**.

✓ Correction

Avec $t_{1/2} = 6,0$ h, la durée de 24 h correspond à

$$n = \frac{t}{t_{1/2}} = \frac{24 \text{ h}}{6,0 \text{ h}} = 4,0 \text{ demi-vies}$$

La fraction de noyaux encore présents vaut donc :

$$\frac{N}{N_0} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16} = 0,0625 = 6,25 \%$$

L'activité étant proportionnelle au nombre de noyaux, elle est divisée par 16 :

$$A = \frac{A_0}{16} = \frac{600 \text{ MBq}}{16} = 37,5 \text{ MBq} \approx 38 \text{ MBq}$$

Activité 4 — Dater une roche, soigner un patient

5. À l'aide du Document 3, expliquez pourquoi le technétium 99m est particulièrement adapté à l'**imagerie médicale**. Donnez au moins **deux arguments** et précisez le rôle de sa **demi-vie**.

✓ Correction

- C'est un **émetteur gamma** : le rayonnement d'énergie 140 keV **traverse les tissus** et peut être détecté **à l'extérieur** du corps, ce qui permet de reconstruire une image de la répartition du traceur. Un émetteur alpha ou bêta, arrêté dans l'organisme, serait inutilisable pour une imagerie externe.
- Sa **demi-vie courte** ($t_{1/2} = 6,0\text{h}$) limite dans le temps l'irradiation du patient : l'activité décroît très vite après l'examen. Elle reste néanmoins suffisante pendant celui-ci, puisque les images sont acquises 2 h à 3 h après l'injection, soit moins d'une demi-vie.
- Il est **produit sur place**, à l'hôpital, à partir d'un générateur au molybdène 99 : cette production locale rend possible l'emploi d'un radionucléide aussi éphémère.

6. (a) À l'aide du Document 4, citez les **trois moyens** de se protéger d'une source radioactive et proposez, pour chacun, un **exemple concret** — soit pour le **personnel** du service de médecine nucléaire, soit pour le **patient** de retour chez lui.
- (b) Le Document 4 présente également les **trois principes** de la radioprotection. **Nommez** celui qui consiste à maintenir l'exposition « **aussi basse que raisonnablement possible** » et **expliquez** en quoi les trois moyens de la question (a) en sont une **application concrète**.

✓ Correction

(a) Les trois moyens pratiques et un exemple pour chacun :

- le **temps** : réduire la durée d'exposition. Par exemple, le personnel prépare et injecte la dose le plus rapidement possible, ou le patient évite les contacts rapprochés et prolongés avec de jeunes enfants et des femmes enceintes;
- la **distance** : s'éloigner de la source. Par exemple, la seringue est manipulée à l'aide d'une pince, ou le patient garde ses distances avec ses proches;
- l'**écran** : interposer un matériau absorbant (plomb, béton). Par exemple, un protège-seringue en plomb et une vitre plombée pour le personnel, ou les murs en béton du local.

(b) Ce principe est l'**optimisation**, aussi appelée principe **ALARA** (*As Low As Reasonably Achievable*).

Les trois moyens en sont l'application concrète : passer **moins de temps** près de la source, s'en tenir **plus loin** et interposer un **écran** réduisent tous les trois la dose reçue par la personne exposée. Ils permettent donc de maintenir l'exposition **aussi basse que raisonnablement possible**, sans renoncer au bénéfice de l'examen pour le patient (principe de justification).

♥ À retenir

À retenir :

- Pour **dater un objet**, il faut choisir un noyau radioactif dont la **demi-vie est proche de l'âge de l'objet à dater**, et du même ordre de grandeur en tout cas. La datation n'est exploitable que si le nombre de demi-vies écoulées $n = \frac{t}{t_{1/2}}$ n'est pas trop éloigné de 1 : si $n \ll 1$, presque aucun noyau ne s'est désintégré et la variation est trop faible pour être mesurée; si $n \gg 1$, il ne reste pratiquement plus de noyaux radioactifs à mesurer. La **demi-vie est caractéristique** de chaque noyau : c'est elle qui impose le choix de l'horloge.
- **Se protéger des rayonnements ionisants** (radioprotection) :
 - **trois principes** : la **justification** (toute exposition doit être justifiée par un bénéfice qui l'emporte sur le risque), l'**optimisation**, ou principe **ALARA** (maintenir l'exposition *aussi basse que raisonnablement possible*) et la **limitation** (respecter les limites réglementaires de dose);
 - **trois moyens pratiques** : réduire le **temps** d'exposition, augmenter la **distance** à la source et interposer un **écran** absorbant (plomb, béton);
 - **après un examen de médecine nucléaire** : boire beaucoup et uriner fréquemment pour accélérer l'élimination du traceur, et éviter les contacts rapprochés et prolongés avec de jeunes enfants et des femmes enceintes.

Activité 4 — Dater une roche, soigner un patient

Pour aller plus loin — Datations chiffrées et choix d'une horloge

7. **Dater un charbon de bois au carbone 14.** Un fragment de charbon de bois retrouvé dans une grotte présente une activité due au carbone 14 de $A = 0,029 \text{ Bq}$ par gramme de carbone. Un échantillon de bois vivant possède, lui, une activité $A_0 = 0,23 \text{ Bq}$ par gramme. On donne $t_{1/2}({}^{14}\text{C}) = 5730 \text{ ans}$.
- Calculez le rapport A/A_0 et montrez qu'il vaut environ $1/8$.
 - L'activité d'un échantillon est proportionnelle au nombre de noyaux radioactifs qu'il contient. Déduisez-en le nombre n de demi-vies écoulées depuis la mort de l'arbre.
 - Calculez l'âge du charbon de bois.
 - Pourrait-on dater de la même façon une roche vieille de 4 milliards d'années? Justifiez en une phrase.

✓ Correction

(a) $\frac{A}{A_0} = \frac{0,029 \text{ Bq}}{0,23 \text{ Bq}} = 0,126 \approx \frac{1}{8}$.

(b) L'activité est proportionnelle au nombre de noyaux, donc $\frac{N}{N_0} = \frac{A}{A_0} \approx \frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$: il s'est écoulé $n = 3$ demi-vies.

(c) $t = n \times t_{1/2} = 3 \times 5730 \text{ ans} = 1,7 \times 10^4 \text{ ans}$ (environ 17 000 ans).

(d) Non : la demi-vie du carbone 14 (5730 ans) est bien trop courte devant 4 milliards d'années (environ 7×10^5 demi-vies), il ne reste pratiquement plus de carbone 14 dans une telle roche. Le carbone 14 ne permet d'ailleurs de dater que la matière organique, sur quelques dizaines de milliers d'années au maximum.

8. **Choisir la bonne horloge.** Une datation n'est exploitable que si la durée t à mesurer correspond à un nombre de demi-vies $n = t/t_{1/2}$ proche de 1. On donne $t_{1/2}({}^{14}\text{C}) = 5730 \text{ ans}$, $t_{1/2}({}^{99\text{m}}\text{Tc}) = 6,0 \text{ h}$ et $t_{1/2}({}^{238}\text{U}) = 4,468 \text{ milliards d'années}$.
- Calculez $n = t/t_{1/2}$ (durées converties en années) pour ces **trois** noyaux dans les **deux** cas suivants : une pièce de bois gauloise de 2000 ans, une roche lunaire de 4,0 milliards d'années. Présentez les six résultats dans un tableau.
 - Quel noyau faut-il choisir dans chaque cas? Justifiez à l'aide des valeurs de n et expliquez pourquoi le **troisième** noyau est inutilisable dans les deux cas.
 - L'uranium 238, horloge de la Terre.** La Terre s'est formée il y a 4,57 milliards d'années, alors que le plus ancien zircon de Jack Hills (Document 1) a cristallisé il y a 4,404 milliards d'années. Calculez l'écart entre ces deux dates (en millions d'années), puis le **pourcentage** de noyaux d'uranium 238 encore présents aujourd'hui dans une roche qui se serait formée avec la Terre.

✓ Correction

(a) On convertit d'abord la demi-vie du technétium 99m en années : $6,0 \text{ h} = \frac{6,0}{24 \times 365,25} = 6,8 \times 10^{-4} \text{ an}$.

Noyau	$t_{1/2}$	n pour 2000 ans	n pour 4,0 milliards d'années
${}^{14}\text{C}$	5730 ans	0,35	$7,0 \times 10^5$
${}^{99\text{m}}\text{Tc}$	$6,8 \times 10^{-4} \text{ an}$	$2,9 \times 10^6$	$5,8 \times 10^{12}$
${}^{238}\text{U}$	4,468 milliards d'années	$4,5 \times 10^{-7}$	0,90

(b) Pour la **pièce de bois gauloise** (2000 ans), on choisit le **carbone 14** : $n \approx 0,35$, la valeur la plus proche de 1. Pour la **roche lunaire** (4,0 milliards d'années), on choisit l'**uranium 238** : $n \approx 0,90$.

Le **troisième** noyau, le **technétium 99m**, est **inutilisable dans les deux cas** : $n \approx 2,9 \times 10^6$ pour le bois et $n \approx 5,8 \times 10^{12}$ pour la roche. Ces valeurs sont énormes devant 1 : sa demi-vie de 6,0 h est si courte qu'au bout de quelques dizaines d'heures il ne reste **plus aucun noyau** à mesurer.

Dans chaque situation, l'autre noyau écarté l'est pour la raison inverse : pour le bois, l'uranium 238 est inutilisable car $n \approx 4,5 \times 10^{-7} \ll 1$ (presque aucun noyau ne s'est désintégré : la quantité de plomb formée est indétectable) ; pour la roche, le carbone 14 est inutilisable car $n \approx 7 \times 10^5 \gg 1$ (il a entièrement disparu).

(c) Écart entre les deux dates :

$$4,57 - 4,404 = 0,166 \text{ milliard d'années} = 166 \text{ millions d'années}$$

Pour une roche formée avec la Terre, $t = 4,57$ milliards d'années, soit $n = \frac{4,57}{4,468} = 1,02$ demi-vie :

$$\frac{N}{N_0} = \frac{1}{2^{1,02}} = 0,49 = 49 \%$$

Il reste donc environ 49 % des noyaux d'uranium 238 initiaux (contre 60 % pour le grain étudié, plus récent : c'est cohérent).